

椭圆偏微分方程解的性质

一、项目简介

偏微分方程早期与物理、天文、工程技术有着广泛的联系，上世纪 80 年代以来，最优传输理论、医学图像、计算机图形学以及深度学习的研究发现偏微分方程的研究对这些领域的进展有着根本的影响。蒙日-安培方程是一类从黎曼几何问题中提出来的二阶完全非线性偏微分方程。蒙日-安培方程理论同时紧密连接着最优传输理论、偏微分方程、微分几何和概率，这使得经典的蒙日-安培方程及蒙日-安培型方程成为一个新的研究热点。本项目即着力于椭圆偏微分方程解的性质的研究。具体来说，本项目讨论几何中出现的完全非线性偏微分方程。关心如下问题：何时一个非线性椭圆偏微分方程的解是存在的，若解存在，具有什么性态？本项目的发现有：

1、利用 σ 函数和积分方法得到了 n 维球上 Hessian 方程的刘维尔型定理即解为常数的条件；

2、通过引入新的辅助函数，利用极值原理得到了二维蒙日-安培及蒙日-安培型方程的 C^2 内估计。

本项目的研究为 Hessian 方程在更复杂空间的刘维尔型结果的研究奠定了基础，并提供了蒙日-安培方程的内部 Hessian 极大值原理的证明，并且发现这一方法能够有效解决一系列问题。

二、提各单位（专家）意见

符合自治区自然科学奖提名条件，同意推荐。

三、代表性论文、专著目录

序号	论文专著名称	刊名	年卷期	影响因子	发表时间	第一作者
1	Some Liouville type results of Hessian equations	SCIENCE CHINA Mathematics	2011.v54.10	1.031	2011/10/20	韩菲
2	THE INTERIOR C^2 ESTIMATE FOR THE MONGE - AMPÈRE EQUATION	ANALYSIS AND PDE	Vol. 9, No. 6, 2016	1.532	2016/9/20	陈传强
3	The interior C^2 estimate for equation $\det D^2u = f(x, \nabla u)$	International Journal of Mathematics	Vol. 29, No. 9 (2018)	0.445	2018/9/20	洪瑾

5	偏微分方程解的凸性研究进展	新疆师范大学学报(自然科学版)	2011, V30, 3		2011/9/20	韩菲
6	Pseudospherical congruences between surfaces in $R^2, 1$	中国科学技术大学学报	2011, V41, 12		2010/10/20	侯传燕

四、主要完成人情况

1. 韩菲

排名：第一

技术职务：副教授

行政职务：无

工作单位：新疆师范大学数学科学学院

对本项目技术创新贡献：作为项目负责人，利用 σ 函数和积分方法得到了 n 维球上 Hessian 方程的刘维尔型定理即解为常数的条件；在研究方法上获得突破，给高维蒙日-安培方程 C^2 内估计的得到提供了方法上的可能。

2. 陈传强

排名：第二

技术职务：副教授

行政职务：无

工作单位：浙江工业大学理学院

对本项目技术创新贡献：与项目负责人合作，实现了研究方法上的突破，给高维蒙日-安培方程 C^2 内估计的得到提供了方法上的可能。

3. 洪瑾

排名：第三

技术职务：助教

行政职务：无

工作单位：伊犁师范大学

对本项目技术创新贡献：作为项目主要参与者，利用所给的辅助函数通过复杂而精密的计算得到了一般蒙日-安培型方程的 C^2 内估计。

4. 侯传燕

排名：第四

技术职务：副教授

行政职务：无

工作单位：新疆师范大学数学科学学院

对本项目技术创新贡献：作为项目主要参与者，考虑线汇的两个参数族作为线空间的的曲面并利用活动标架来研究线汇，给出了3维闵氏空间 $R^{2,1}$ 中常 Gauss 曲率曲面间统一的 Backlund 变换和 Bianchi 置换定理的证明；利用定理的结果构造了一些伪球曲面。

五、完成人合作关系

序号	合作方式	合作者(本项目排名)	合作时间	合作成果	证明材料
1	共同合作论文	陈传强(第二)	2013.8--2016.1	论文题目：2.The interior C^2 estimate for Monge-Ampere equation in dimension $n=2$	见附件2
2	共同合作论文	洪瑾(第三)	2014.8—2017.12	论文题目：3. The interior C^2 estimate for equation $\det D^2u = f(x; \text{del } u)$ in demension two	见附件3
3	共同申请项目	侯传燕(第四)	2012.1-2015.12	国家自然科学基金项目(11161048)(排名第四)	无

六、知情同意证明

论文使用均已取得相关人员的同意，其余未列出的作者均已签署“不作为候选人报奖知情同意书”。